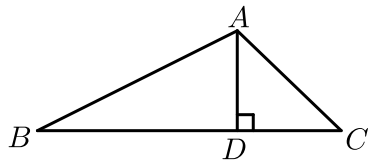


第2讲 勾股定理综合应用（练习）

一、含特殊角的三角形

1. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ， $AC = 2\sqrt{2}$ 。求 BC 边上的高及 $\triangle ABC$ 的面积。



【答案】 BC 边上的高为2，面积为 $2\sqrt{3} + 2$ 。

【解析】 过 A 作 $AD \perp BC$ ，

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中， $\angle C = 45^\circ$ ，

$$\therefore \angle DAC = \angle C = 45^\circ,$$

$$\therefore AD = CD.$$

$$\text{又} \because AD^2 + CD^2 = AC^2,$$

$$\therefore 2AD^2 = (2\sqrt{2})^2,$$

$$\therefore AD = 2 = CD.$$

在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中， $\angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore AB = 2AD = 4.$$

$$\text{又} \because AD^2 + BD^2 = AB^2,$$

$$\therefore 2^2 + BD^2 = 4^2,$$

$$\therefore BD = 2\sqrt{3},$$

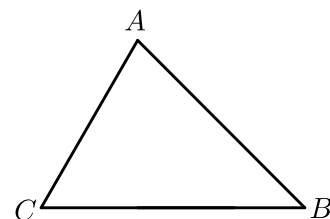
$$\therefore BC = BD + CD = 2\sqrt{3} + 2,$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = BC \times AD \times \frac{1}{2} = (2\sqrt{3} + 2) \times 2 \times \frac{1}{2} = 2\sqrt{3} + 2.$$

$$\therefore BC \text{边上的高为} 2.$$

【标注】 【知识点】解直角三角形的综合应用

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中，已知 $AB = \sqrt{6}$ ， $\angle B = 45^\circ$ ， $\angle C = 60^\circ$ ，求 AC ， BC 的长。



【答案】 $AC = 2$, $BC = \sqrt{3} + 1$.

【解析】 如图，作 $AD \perp BC$ 于 D ，在 $\text{Rt}\triangle ABD$ 中，

$$\because \angle B = 45^\circ ,$$

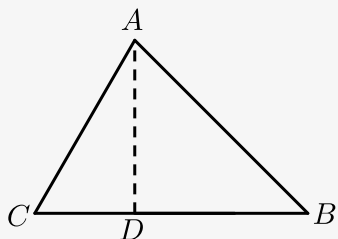
$$\therefore AD = BD = AB \cdot \sin 45^\circ = \sqrt{6} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{3} ,$$

在 $\text{Rt}\triangle ACD$ 中，

$$\because \angle C = 60^\circ , \tan C = \frac{AD}{DC} ,$$

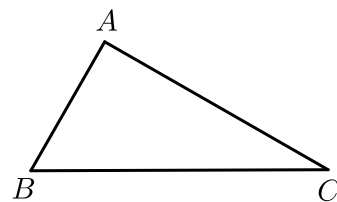
$$\therefore CD = \frac{AD}{\tan C} = 1 ,$$

$$\therefore AC = 2 , BC = BD + CD = \sqrt{3} + 1 .$$



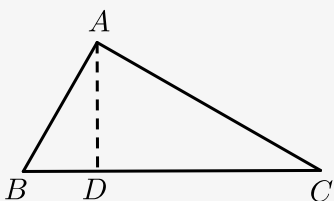
【标注】 【知识点】解直角三角形的综合应用

3. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle B = 60^\circ$ ， $AC = 15$ ， $AB = 6\sqrt{3}$ ，求 BC 的长。



【答案】 $12 + 3\sqrt{3}$.

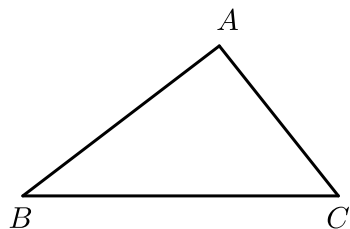
【解析】 过 A 作 $AD \perp BC$ 于 D ，



$$\begin{aligned}
&\because AD \perp BC, \\
&\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ, \\
&\because \angle B = 60^\circ, \\
&\therefore \angle BAD = 30^\circ. \\
&\because AB = 6\sqrt{3}, \\
&\therefore BD = \frac{1}{2}AB = 3\sqrt{3}, \\
&\therefore AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = 9, \\
&\therefore \text{在Rt}\triangle ADC\text{中}, \\
&CD = \sqrt{AC^2 - AD^2} = 12, \\
&\therefore BC = 12 + 3\sqrt{3}.
\end{aligned}$$

【标注】【知识点】直接用勾股求边长

4. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle A = 105^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ， $AC = 2$ ，求 BC 的长。



【答案】 $\sqrt{6} + \sqrt{2}$.

【解析】 $\because \angle A = 105^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore \angle C = 45^\circ,$$

过点A作 $AD \perp BC$ 于点D，

$$\therefore \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$$

,

在Rt $\triangle ADC$ 中，

$$\angle ADC = 90^\circ, \angle C = 45^\circ$$

$$, AC = 2,$$

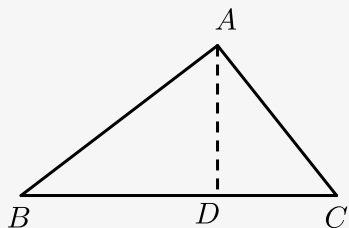
$$\therefore \angle DAC = \angle C = 45^\circ,$$

$$\because \sin \angle C = \frac{AD}{AC},$$

$$\therefore AD = CD = \sqrt{2}.$$

在Rt $\triangle ADB$ 中， $\angle ADB = 90^\circ$ ， $\angle B = 30^\circ$ ，

$$\therefore AD = \sqrt{2}, \therefore AB = 2\sqrt{2},$$



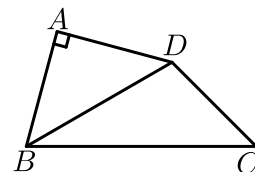
$\therefore$ 由勾股定理得： $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{6}$ ，

$\therefore BC = BD + CD = \sqrt{6} + \sqrt{2}$ 。

故答案为 $\sqrt{6} + \sqrt{2}$ 。

【标注】【知识点】解直角三角形的综合应用

5. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = AD$ ， $\angle A = 90^\circ$ ， $\angle CBD = 30^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，如果 $AB = \sqrt{2}$ ，求 CD 的长。



【答案】 $\sqrt{2}$ 。

【解析】 过点 D 作 $DE \perp BC$ 于 E ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle ABD$

中，

$\angle BAD = 90^\circ$

$AB = AD = \sqrt{2}$ ，

$\therefore$ 由勾股定理得 $BD = 2$ ，

$\therefore DE \perp BC$ ，

$\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle DBE$ 中，

$\angle DEB = 90^\circ$ ， $\angle CBD = 30^\circ$ ，

$\therefore DE = 1$ ，

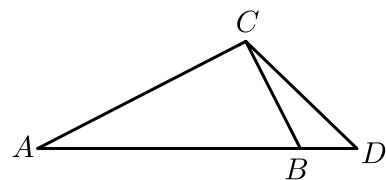
又 $\therefore$ 在 $\text{Rt}\triangle DEC$ 中，

$\angle DEC = 90^\circ$ ， $\angle C = 45^\circ$ ，

$\therefore$ 由勾股定理得 $CD = \sqrt{2}$ 。

【标注】【知识点】解直角三角形的综合应用

6. 已知：如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle A = 30^\circ$ ， $AB = 4$ ， D 是 AB 延长线上一点且 $\angle CDB = 45^\circ$ ，求： DB 与 DC 的长。

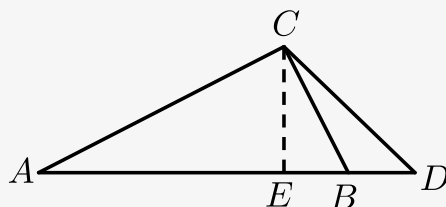


【答案】 $CD = \sqrt{6}$, $BD = \sqrt{3} - 1$.

【解析】 过C作 $CE \perp AB$ 于E ,

在 $\text{Rt}\triangle ABC$

中 ,



$\angle ACB = 90^\circ$, $\angle A = 30^\circ$, $AB = 4$,

$\therefore BC = 2$, $\angle ABC = 60^\circ$,

$\therefore \angle BCE = 30^\circ$,

$\therefore BE = 1$, $CE = \sqrt{3}$,

在 $\text{Rt}\triangle CDE$ 中 , $\angle CED = 90^\circ$, $\angle CDB = 45^\circ$,

$\therefore \angle ECD = 45^\circ$,

$\therefore DE = CE = \sqrt{3}$,

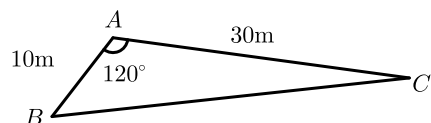
$\therefore CD = \sqrt{CE^2 + DE^2} = \sqrt{6}$,

$\therefore BD = \sqrt{3} - 1$.

【标注】 【知识点】解直角三角形的综合应用

7. 我市在旧城改造中, 需要在如图所示的三角形空地上铺设草坪, 如果每平方米草坪的价格为 x 元, 则购买草坪需要的花费大概是 () .

提示: $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$



A. $150x$ 元

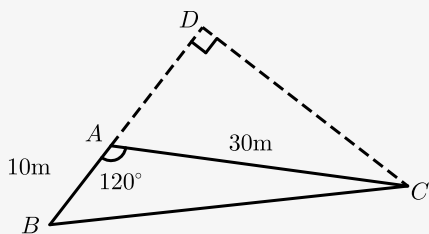
B. $300x$ 元

C. $130x$ 元

D. $260x$ 元

【答案】 C

【解析】 过点C作 $CD \perp AB$ 交AB延长线于点D .



$$\therefore \angle BAC = 120^\circ,$$

$$\therefore \angle DAC = 60^\circ.$$

在 $\text{Rt}\triangle ADC$ 中, $AC = 30\text{m}$, $\angle ACD = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$,

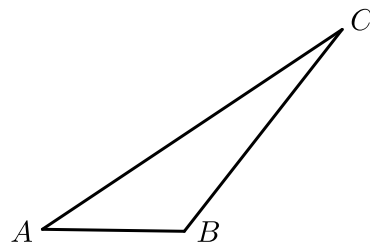
$$\therefore CD = \frac{\sqrt{3}}{2} AC = 15\sqrt{3}\text{m},$$

$$\therefore S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot CD = 75\sqrt{3} \approx 130,$$

$\therefore$ 购买草坪需要的花费大概是 130 元.

【标注】【知识点】 30° 特殊角的性质应用

8. 已知: 如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle B = 135^\circ$, $AC = 10\text{cm}$. 求 AB 及 BC 的长.



【答案】 $AB = (5\sqrt{3} - 5)\text{cm}$, $BC = 5\sqrt{2}\text{cm}$.

【解析】 过 C 作 $CD \perp AB$ 交 AB 的延长线于 D ,

则 $\angle D = 90^\circ$,

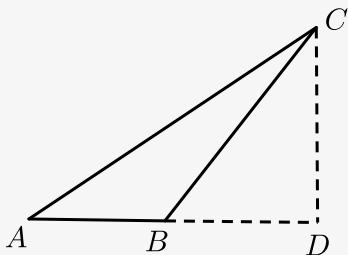
$\therefore \angle A = 30^\circ$, $\angle ABC = 135^\circ$, $AC = 10\text{cm}$,

$\therefore \angle CBD = 45^\circ = \angle BCD$, $CD = \frac{1}{2} AC = 5\text{cm}$,

$\therefore BD = CD$,

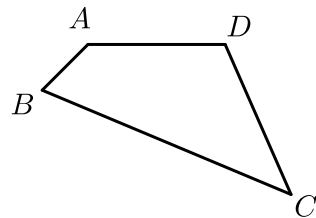
由勾股定理得: $AD = \sqrt{10^2 - 5^2} = 5\sqrt{3}(\text{cm})$, $BC = \sqrt{5^2 + 5^2} = 5\sqrt{2}\text{cm}$,

即 $AB = (5\sqrt{3} - 5)(\text{cm})$, $BC = 5\sqrt{2}\text{cm}$.



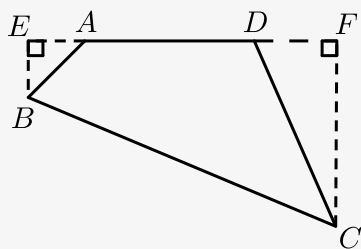
【标注】【知识点】勾股定理的综合应用

9. 如图，在四边形 $ABCD$ 中， $AB = 2\sqrt{2}$ ， $CD = 4\sqrt{3}$ ， $AD = 8 - 2\sqrt{3}$ ， $\angle A = 135^\circ$ ， $\angle D = 120^\circ$ ，求 BC 。



【答案】 $BC = 2\sqrt{29}$ 。

【解析】如图，作 $BE \perp AD$ 于点 E ， $CF \perp AD$ 于点 F ，



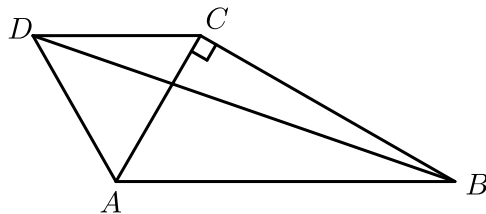
则 $BE = 2$ ， $CF = 6$ ， $EF = EA + AD + DF = 2 + 8 - 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} = 10$ ，

在直角梯形 $EBCF$ 中，

由勾股定理得 $BC = \sqrt{EF^2 + (FC - BE)^2} = \sqrt{100 + 16} = 2\sqrt{29}$ 。

【标注】【知识点】解直角三角形的综合应用

10. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle ACB = 90^\circ$ ， $\angle ABC = 30^\circ$ ， $BC = 2\sqrt{3}$ ，以 AC 为边在 $\triangle ABC$ 的外部作等边 $\triangle ACD$ ，连接 BD 。



- (1) 求四边形 $ABCD$ 的面积。
(2) 求 BD 的长。

【答案】(1) $S_{\text{四边形}ABCD} = 3\sqrt{3}$ 。

(2) $BD = 2\sqrt{7}$ 。

【解析】(1) $\because$ 在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $\angle ABC = 30^\circ$, $BD = 2\sqrt{3}$,

$$\therefore \cos \angle ABC = \frac{BC}{AB}, AC = \frac{1}{2}AB,$$

$$\angle BAC = 90^\circ - \angle ABC = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ.$$

$$\therefore AB = \frac{BC}{\cos \angle ABC} = \frac{2\sqrt{3}}{\cos 30^\circ} = 4, AC = \frac{1}{2} \times 4 = 2.$$

$\therefore \triangle ACD$ 为等边三角形,

$$\therefore AD = CD = AC = 2,$$

$$\angle DAC = 60^\circ.$$

过点 D 作 $DE \perp AC$ 于 E , 则

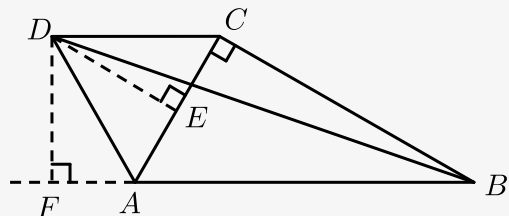
$$DE = AD \sin \angle DAC = 2 \times \sin 60^\circ = \sqrt{3}.$$

$$\therefore S_{\text{四边形}ABCD} = S_{\triangle ABC} + S_{\triangle ACD}$$

$$= \frac{1}{2}AC \cdot BC + \frac{1}{2}AC \cdot DE$$

$$= \frac{1}{2} \times 2 \times 2\sqrt{3} + \frac{1}{2} \times 2 \times \sqrt{3}$$

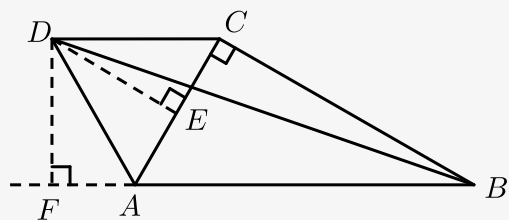
$$= 3\sqrt{3}.$$



(2) 过点 D 作 $DF \perp AB$ 于 F .

$$\therefore \angle DAF = 180^\circ - \angle BAC - \angle DAC = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ,$$

$$\therefore DF = AD \cdot \sin \angle DAF = 2 \sin 60^\circ = \sqrt{3}.$$



$$AF = AD \cdot \cos \angle DAF = 2 \cos 60^\circ = 1.$$

$$\therefore BF = AB + AF = 4 + 1 = 5.$$

$\because DF \perp AB$,

$$\therefore \text{在 Rt}\triangle BDF \text{ 中, } BD^2 = DF^2 + BF^2 = (\sqrt{3})^2 + 5^2 = 28.$$

$$\therefore BD = 2\sqrt{7}.$$

【标注】【知识点】解直角三角形的综合应用

二、两点间距离公式

11. 在直角坐标系中, 点 $P(2, 3)$ 到原点的距离是 ().

A. $\sqrt{5}$

B. $\sqrt{13}$

C. $\sqrt{11}$

D. 2

【答案】B

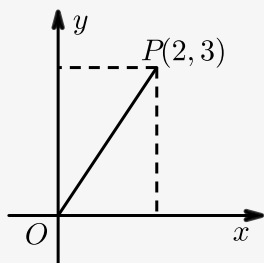
【解析】方法一：由两点间距离公式可得：

$$\text{故 } OP = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}.$$

故选：B.

方法二：如图所示：过点 P 作 $PA \perp x$

轴于点 A ,



则 $AO = 2$, $PA = 3$,

$$\text{故 } OP = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}.$$

故选：B.

【标注】【知识点】坐标与距离

12. 在平面直角坐标系中，点 $A(-1, 2)$ 与点 $B(2, 3)$ 的距离是 _____ .

【答案】 $\sqrt{10}$

【解析】略.

【标注】【知识点】坐标与距离

13. 在平面直角坐标系中 $M(2, 3)$, $N(-2, 4)$, 则 $MN =$ _____ .

A. $\sqrt{13}$

B. $\sqrt{15}$

C. 4

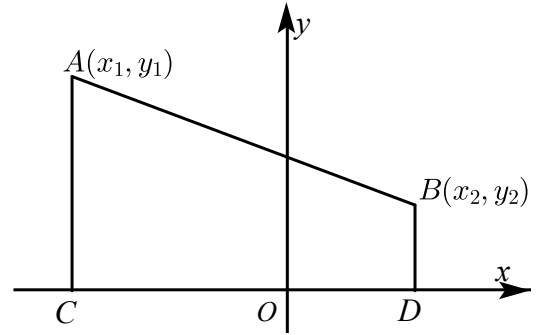
D. $\sqrt{17}$

【答案】D

【解析】 $\sqrt{17}$

【标注】【知识点】坐标与距离

14. 已知，如图，点 $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$ 在平面直角坐标系中的任意两点，且 $AC \perp x$ 轴于点 C , $BD \perp x$ 轴于点 D .



(1) $CD = \underline{\hspace{2cm}}$, $|DB - AC| = \underline{\hspace{2cm}}$. (用含 x_1, y_1, x_2, y_2 的代数式表示)

(2) 请猜想: A, B 两点之间的距离 $\underline{\hspace{2cm}}$.

(3) 利用猜想, 若 $A(-2, 5), B(4, -4)$, 求两点之间的距离.

【答案】 (1) $|x_2 - x_1|; |y_2 - y_1|$

(2) $\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

(3) $3\sqrt{13}$

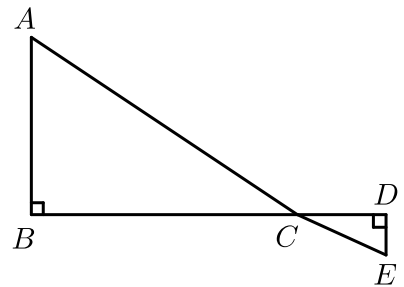
【解析】 (1) $CD = |x_2 - x_1|$, $|DB - AC| = |y_2 - y_1|$.

(2) $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$.

(3) $AB = \sqrt{(-2 - 4)^2 + (5 + 4)^2} = 3\sqrt{13}$.

【标注】 【知识点】 两点间的距离公式

15. 如图, C 为线段 BD 上一动点, 分别过点 B, D 作 $AB \perp BD, ED \perp BD$, 连接 AC, EC . 已知 $AB = 5, DE = 1, BD = 8$, 设 $CD = x$.



(1) 用含 x 的代数式表示 $AC + CE$ 的长.

(2) 请问点 C 满足什么条件时, $AC + CE$ 的值最小? 最小值是多少?

【答案】 (1) $\sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{25 + (8 - x)^2}$.

(2) 当 A, C, E 三点共线时, $AC + CE$ 的值最小; 10 .

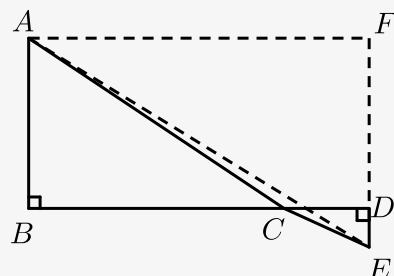
【解析】 (1) $\because AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{25 + (8 - x)^2}$,

$$CE = \sqrt{CD^2 + DE^2} = \sqrt{x^2 + 1},$$

$$\therefore AC + CE = \sqrt{x^2 + 1} + \sqrt{25 + (8 - x)^2}.$$

(2) 当A、C、E三点共线时，AC + CE的值最小，

过A作AF ⊥ DE交ED的延长线于F，



$$\therefore DF = AB = 5,$$

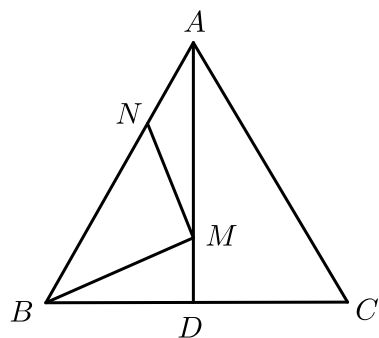
$$\therefore AE = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10,$$

$$\therefore AC + CE \text{ 的最小值是 } 10.$$

【标注】【知识点】两点之间线段最短

三、勾股定理与将军饮马

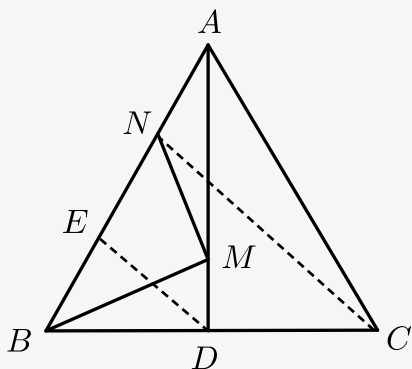
16. 如图，在等边△ABC中，AB = 2，N为线段AB上的任意一点，∠BAC的平分线交BC于点D，M是AD上的动点，连接BM、MN，则BM + MN的最小值是 _____。



【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】方法一：连接CN，与AD交于点M则CN就是BM + MN的最小值。

取BN中点E，连接DE。



$\because$ 等边 $\triangle ABC$ 的边长为2, $AN = 1$,

$\therefore BN = AC - AN = 2 - 1 = 1$,

$\therefore BE = EN = AN = 1$,

又 AD 是 BC 边上的中线, DE 是 $\triangle BCN$ 的中位线.

$CN = 2DE$, $CN \parallel DE$,

又 $\because N$ 为 AE 的中点,

$\therefore M$ 为 AD 的中点,

$\therefore MN$ 是 $\triangle ADE$ 的中位线,

$\therefore DE = 2MN$,

$\therefore CN = 2DE = 4MN$,

$\therefore CM = \frac{3}{4}CN$.

在直角 $\triangle CDM$ 中, $CD = \frac{1}{2}BC = 1$, $DM = \frac{1}{2}AD = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore CM = \sqrt{CD^2 + MD^2} = \frac{3\sqrt{3}}{4}$,

$\therefore CN = \frac{4}{3} \times \frac{3\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$.

$\therefore BM + MN = CN$.

$BM + MN$ 的最小值为 $\sqrt{3}$.

故答案为: $\sqrt{3}$.

方法二: 过 C 作 $CN \perp AB$ 于 N , 交 AD 于 M . 连 BM . 则 $BM + MN$ 最小. (根据两点之间线段最短. 点到直线垂直距离最短)

由于 C 和 B 关于 AD 对称, 则 $BM + MN = CN$.

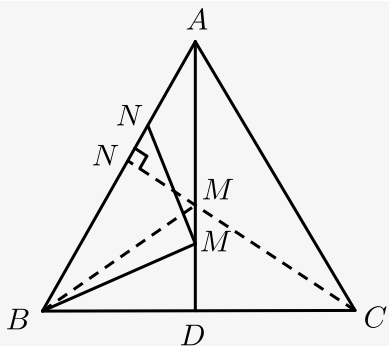
$\because \triangle ABC$ 是等边三角形, $CN \perp AB$.

$\therefore CN$ 是 AB 的中线, $BC = AB = 2$.

$\therefore BN = 1$.

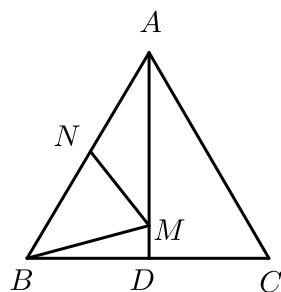
$\therefore CN = \sqrt{CB^2 - BN^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

$\therefore BM + MN$ 的最小值是 $\sqrt{3}$.



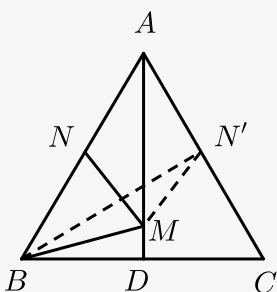
【标注】【知识点】线段和的最小值

17. 如图，在等边 $\triangle ABC$ 中， N 为 AB 的中点， $\angle BAC$ 的平分线交 BC 于点 D ， M 是 AD 上的动点，连接 BM 、 MN ，则 $BM + MN$ 的最小值是 $2\sqrt{3}$ ，则等边三角形边长为 _____ .



【答案】4

【解析】作 N 关于 AD 的对称点 N' （在 AC 上）



$\therefore N'$ 为 AC 中点， $BM + MN = BM + MN'$

$\therefore BN'$ 与 AD 的交点即为所求点 M

$\therefore \triangle ABC$ 为等边三角形

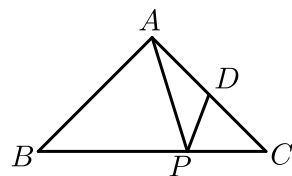
$\therefore BN' \perp AC$

设 $\triangle ABC$ 边长为 x ，则 $CN' = \frac{x}{2}$
根据勾股定理得 $(2\sqrt{3})^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2$

$\therefore AC = x = 4$.

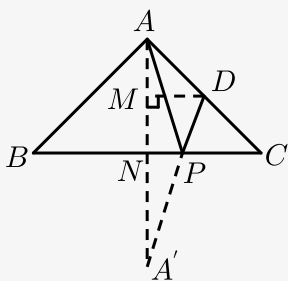
【标注】【知识点】 30° 特殊角的性质应用；其他路径最短问题

18. 如图，在等腰直角三角形 ABC 中， $AB = AC = 2$ ， $\angle BAC = 90^\circ$ ，点 D 是 AC 的中点，点 P 是 BC 边上的动点，连接 PA 、 PD 。则 $PA + PD$ 的最小值为 _____。



【答案】 $\sqrt{5}$

【解析】 作 A 关于 BC 的对称点 A' ，连接 $A'D$ 交 BC 于点 P ，则 $A'D$ 就是 $PA + PD$ 的最小值，过点 D 作 $DM \perp AA'$ ， AA' 交 BC 于点 N 。



则 $PA = PA'$ ，

$\therefore PA + PD = PA' + PD = A'D$ ，

$\because \triangle ABC$ 为等腰直角三角形，且 A' 为点 A 关于 BC 的对称点，

$\therefore N$ 为 BC 中点，

$\therefore \triangle ABN$ 为等腰直角三角形，

$\therefore AN = \sqrt{2}$ ，

$\therefore AA' = 2\sqrt{2}$ ，

$\because D$ 为 AC 中点，

$\therefore AD = \frac{1}{2}AC = 1$ ，

$\therefore DM \perp AN$ ，

$\therefore AM = \frac{\sqrt{2}}{2} = DM$ ，

$\therefore A'M = AA' - AM = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ ，

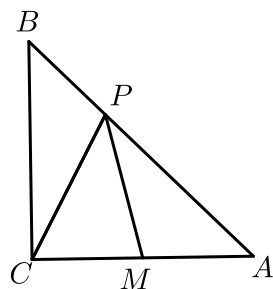
$\therefore A'D = \sqrt{DM^2 + A'M^2} = \sqrt{5}$ 。

【标注】 【能力】推理论证能力

【知识点】轴对称的定义

【知识点】等腰直角三角形的性质

19. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $BC = AC = 2$ ， $\angle ACB = 90^\circ$ ，点 M 是边 AC 的中点，点 P 是边 AB 上的动点，则 $PM + PC$ 的最小值为 _____ .



【答案】 $\sqrt{5}$

【解析】 作点 C 关于 AB 的对称点 C' ，连接 $C'M$ 交 AB 于 P ，

则 $PM + PC$ 最小，

连接 AC' ，

$\because$ 点 C' 与点 C 关于 AB 对称，

$\therefore AC' = AC = 2$ ，

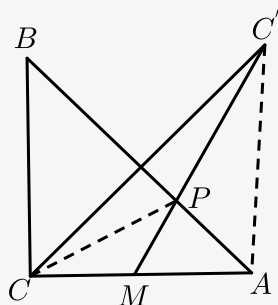
$\because BC = AC = 2$ ，

$\angle ACB = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle BAC = 45^\circ$ ，

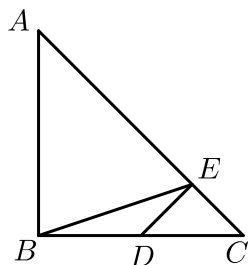
$\therefore \angle CAC' = 90^\circ$ ，

$\therefore PM + PC = PM + PC' = C'M = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$.



【标注】 【知识点】 线段和的最小值

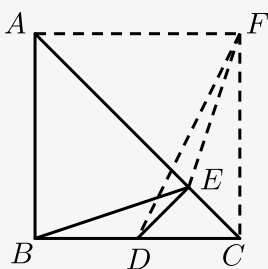
20. 如图， $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle B = 90^\circ$ ， $AB = BC = 4$ ， D 为 BC 的中点，在 AC 边上存在一点 E ，连接 ED ， EB ，则 $DE + BE$ 的最小值为 _____ .



【答案】 $2\sqrt{5}$

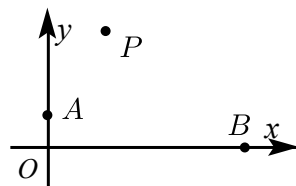
【解析】

如图作对称图形，并连接 EF ，可知 $BE + DE$ 的最小值即为 $DE + FE$ 的最小值，即是 DF 的长 $DF = \sqrt{DC^2 + FC^2} = 2\sqrt{5}$ 。



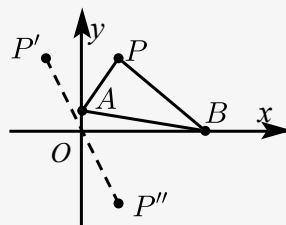
【标注】【知识点】线段和的最小值

21. 在直角坐标系中，点 P 的坐标为 $(1, 2)$ ，点 A 、 B 分别为 y 轴与 x 轴上的动点 A 、 B ，连接 PA 、 PB 、 AB ，则 $PA + PB + AB$ 和的最小值为 _____。



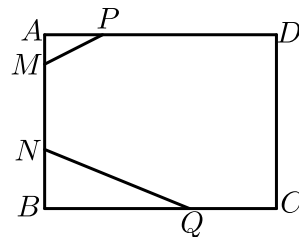
【答案】 $2\sqrt{5}$

【解析】将 P 点关于 x 轴， y 轴对称，得到 $P'(1, -2)$ ， $P''(-1, 2)$ ， P' ， P'' ， P ， A ， B ， O 。
则 $PA + PB + AB$ 最小值为 $P'P''$ ，即 $2\sqrt{5}$ 。



【标注】【知识点】线段和的最小值

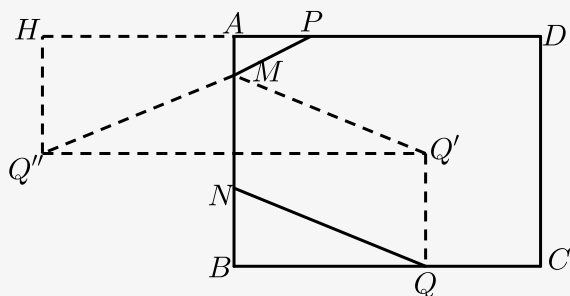
22. 如图，矩形 $ABCD$ 中， $AB = 6$ ， MN 在边 AB 上运动， $MN = 3$ ， $AP = 2$ ， $BQ = 5$ ， $PM + MN + NQ$ 最小值是 _____。



【答案】 $3 + \sqrt{58}$

【解析】

作 $QQ' \perp AB$ ，使得 $QQ' = MN = 3$ ，作点 Q' 关于直线 AB 的对称点 Q'' ，连接 PQ'' 交 AB 于 M ，此时 $PM + MN + NQ$ 的值最小．作 $Q''H \perp DA$ 于 H ．



在 $\text{Rt}\triangle PHQ''$ ， $PQ'' = \sqrt{3^2 + 7^2} = \sqrt{58}$ ，

$\therefore PM + MN + NQ$ 的最小值 $= 3 + \sqrt{58}$ ．

【标注】【知识点】线段和的最小值